

Resolução do problema de absorção da água do solo através da paralelização do problema inverso

Nelson R. Padilha¹, Sergio L. Dill¹, Pedro A.P. Borges², Edson L. Padoin¹

UNIJUI – Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul

¹DeTec – Departamento de Tecnologia – Ijuí, RS

²DeFEM – Departamento de Física, Estatística e Matemática – Ijuí, RS

{nelson.rafael, dill, pborges, padoin}@unijui.edu.br

Resumo. *Este artigo apresenta uma proposta de paralelização do problema inverso utilizado no cálculo da absorção da água pelas raízes em um sistema solo-planta, com base em dados do monitoramento do teor de água do solo. O problema direto foi resolvido numericamente e dá a distribuição do teor de água no solo. O problema inverso exige várias execuções do problema direto o que demanda uma implementação paralela. A paralelização foi eficiente porque apresentou os mesmos dados da execução do programa não paralelizado, além de reduzir o tempo computacional.*

1. Introdução

O movimento da água no solo conjuntamente com a absorção de água pelas raízes é de amplo interesse para as atividades agrícolas e florestais, na otimização da aplicação de adubos e previsão do equilíbrio de nutrientes para explicar os fenômenos que ocorrem no desenvolvimento de plantas e árvores [Klamt 2007]. Particularmente, o conhecimento da distribuição dinâmica do teor de água no sistema solo-planta é fundamental para otimizar o fornecimento de água em culturas irrigadas, evitando o mau uso dos recursos hídricos. Este trabalho apresenta um método para o cálculo da retirada de água do solo pelas raízes de plantas, com base em dados do teor de água do solo, através da paralelização do problema inverso[Borges, 2006].

O problema da dinâmica da água no solo, considerando a irrigação, a evaporação e a ação das raízes, foi modelado através de uma equação diferencial e resolvido numericamente. O cálculo da absorção da água pelas raízes foi realizado pela solução do problema inverso – método de procura em rede-, o que demandou a paralelização do algoritmo para reduzir o tempo de execução.

O trabalho encontra-se em fase de implementação para o ambiente de grid e os resultados preliminares indicam que a paralelização é uma alternativa eficaz no sentido de produzir resultados precisos em tempo computacional reduzido.

2. Definição do Problema

A Figura 1 apresenta uma ilustração do sistema solo-planta em um tubo cilíndrico (condições de laboratório) com presença de um sistema radicial simétrico em relação ao eixo vertical z, irrigação e evaporação. A quantidade de água absorvida pelas raízes e o movimento da água no solo têm sido pesquisados empírica e teoricamente associada ao fenômeno de transpiração e à perda de água do solo por evaporação. Tal abordagem tem

o nome de evapotranspiração [Borges 2005]. A abordagem proposta neste trabalho pressupõe duas hipóteses: 1ª. A evaporação superficial é do tipo potencial, definida em [Reichardt 1968] como constante. Nesse caso, a taxa de variação da evaporação em relação ao tempo e ao teor de umidade médio são nulas. Tal hipótese significa que há água disponível nas primeiras camadas de solo para ser evaporada, independentemente do potencial das condições atmosféricas. Com isso, admite-se que as camadas mais profundas de solo disponibilizem água para abastecer as camadas superficiais. A 2ª. hipótese refere-se à função de absorção da água pelas raízes. Considerando a hipótese de absorção dependente do tempo e limitada pela oferta de água do solo, foi proposta a equação (1) que considera a variação das condições climáticas cíclicas normais do período diário.

$$S = \beta (\Theta - \Theta_r)^{b(t-c)} \quad (1)$$

onde S é a taxa de absorção de água pela raiz (cm^3/h)
 β é a constante de proporcionalidade (cm^3/h)
 c é o instante de tempo da máxima absorção diária (h)
 t é o tempo (h)
 Θ e Θ_r são o teor de água no ápice e residual, respectivamente (adimensional).

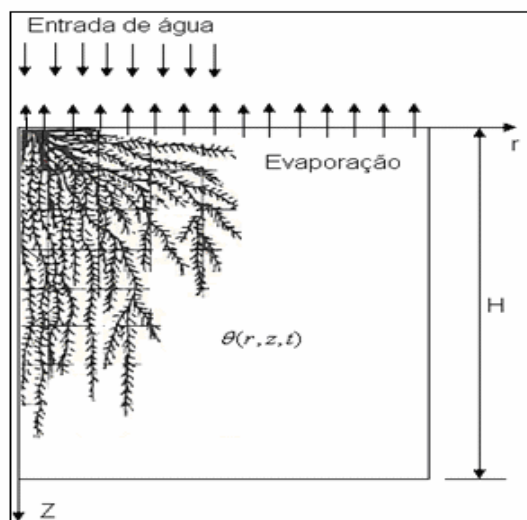


Figura 1 – Ilustração do sistema solo-planta, com entrada e saída de água.

O problema proposto neste trabalho é a paralelização de um algoritmo sequencial, cuja finalidade é estimar a quantidade de água retirada do solo pelas raízes de plantas, com base em dados do monitoramento do teor de água do solo [Borges 2006].

O algoritmo sequencial possui dois fatores que justificam a grande demanda de poder de processamento: 1º) O número ótimo de células da malha necessário para obter resultados com a precisão desejada e 2º) O elevado número de execuções do problema direto. Visando a execução mais rápida da aplicação e melhorar a precisão dos resultados, foi desenvolvida uma solução utilizando os recursos de processamento paralelo.

3. Modelo Matemático

O modelo matemático que descreve o movimento da água no solo em condições isotrópicas (solo homogêneo) foi obtido a partir da equação de conservação de massa e da Lei de Darcy, conhecido como equação de Richards [Libardi 1999]. Em coordenadas cilíndricas tem sua formulação matemática, para o caso 2D, da seguinte forma:

$$\frac{\partial \Theta}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[K_r(\Theta) r \frac{\partial \Psi}{\partial r} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[K_z(\Theta) \frac{\partial \Psi}{\partial z} \right] + aS(r, z, t) \quad (2)$$

com condições de fronteira

$$\Theta(r, 0, t) = \Theta_{exp}(r, t) \quad \text{para } 0 < r < R \text{ e } t > 0 \quad (3)$$

$$\frac{\partial \Theta}{\partial z}(r, H, t) = 0 \quad \text{para } 0 < r < R \text{ e } t > 0 \quad (4)$$

$$\frac{\partial \Theta}{\partial r}(R, z, t) = 0 \quad \text{para } 0 < z < H \text{ e } t > 0 \quad (5)$$

$$\Theta(r, z, 0) = \Theta_0 \quad \text{para } 0 < r < R \text{ e } 0 < z < H \quad (6)$$

onde Θ é o teor de água do solo (adimensional)

Ψ é o potencial total da água no solo (cmH_2O)

K_r e K_z são a condutividade hidráulica nas direções r e z , respectivamente (cm/h)

R é o raio do tubo (cm)

H é a altura do tubo (cm)

t é o tempo (h)

a é uma constante de proporcionalidade ($1/cm^3$)

S é a absorção de água pelas raízes (cm^3/h).

A equação diferencial (2) com as condições de fronteira e inicial (3) a (6) constituem o Problema Direto do movimento da água no solo, o qual foi resolvido numericamente usando o Método das Diferenças Finitas, esquema temporal explícito.

4. Problema Inverso

O volume de água absorvido pelas raízes foi calculado pela técnica do Problema Inverso com base em dados experimentais da distribuição do teor de água no solo, monitorada em função do espaço e do tempo. Foi utilizado o Método de Procura em Rede, que consiste em estimar um intervalo de valores em sequência crescente para os parâmetros a ajustar, admitindo que os valores ótimos estão contidos no intervalo estimado.

O método considera $S_{exp} = \{\Theta_1, \Theta_2, \dots, \Theta_k\}$ um conjunto de dados experimentais em função das variáveis Θ_k do problema e β o parâmetro a ajustar. O algoritmo do problema inverso pode ser descrito da seguinte forma:

1º. Passo: Estimar um conjunto de valores de β_i ao qual provavelmente o valor ótimo de β pertence.

2º. Passo: Calcular o Problema Direto com os valores de β estimados, o que resulta em soluções $\Theta_i(r, z, t)$.

3º. Passo: Calcular as diferenças entre as soluções estimadas e os dados experimentais:

$$d_i = |S_{esti} - S_{expi}|.$$

4º. Passo: Identificar o menor valor de d_{min} , dentre as diferenças d_i . Esta diferença corresponde ao β ótimo para o conjunto de β estimados.

5º. Passo: Refinamento da solução. Definir um novo intervalo para estimar β , tal que

$$|\beta_{est} - \beta_{ótimo}| < \Delta\beta, \text{ para } \Delta\beta = \beta_{i+1} - \beta_i.$$

6º. Passo: Repetir os passos 2 a 5 até que d_{min} não apresente variação significativa, ou

$$\left| d_{min}^{i+1} - d_{min}^i \right| < \varepsilon$$

onde ε é o critério de precisão.

5. Implementação Paralela

Os dados experimentais e resultados da implementação sequencial demandam elevados tempos de processamento mesmo em uma malha com poucos pontos. Assim, torna-se difícil a exploração de resultados mais precisos com malhas maiores na resolução do problema direto, devido ao crescimento exponencial do tempo de execução e da grande dependência de dados imposta pela aplicação. Desta forma, uma nova implementação paralela está sendo desenvolvida em linguagem C, compilador gcc versão 3.3.5-5, onde o escalonamento das atividades foi efetivado de modo que cada nó trabalhador receba os argumentos do nó mestre e efetue o cálculo do problema direto enviando ao mestre os resultados do cálculo. Assim o mestre recebe as soluções parciais e seleciona os melhores aproximando o resultado da solução ótima. Os resultados obtidos até o momento indicam que a paralelização é uma alternativa eficaz no sentido de produzir resultados precisos em tempo computacional reduzido.

6. Conclusão/Trabalhos Futuros

O problema abordado neste trabalho constitui-se da paralelização do problema inverso para a resolução do problema da retirada de água do solo pelas raízes de plantas. Paralelização do problema considerando a grande demanda necessária de processamento computacional para resolução do mesmo além da necessidade de obtenção de resultados mais precisos. Neste momento uma nova versão do algoritmo está sendo desenvolvida para possibilitar a execução paralela do problema inverso no ambiente de grid.

Referências

- Borges, Pedro A. P. e Klamt, Vanessa (2006). Modelagem Matemática da retirada de água do solo pelas raízes de plantas. In: XXIX CNMAC - Congresso Nacional de Matemática Aplicada e Computacional. Campinas.
- Borges, Pedro A.P. e Padoin, Edson L. (2006) Exemplos de Métodos Computacionais Aplicados a Problemas na Modelagem Matemática. In ERAD – Escola Regional de Alto Desempenho, 6. p.5-20. Ijuí – RS.
- Klamt, Vanessa. (2007) Modelagem matemática da retirada de água do solo pelas raízes de plantas com base em dados do teor de água do solo. Dissert de Mestrado, UNIJUÍ.
- Libardi, P.L. (1999) Dinâmica da água no solo. 2ª ed. Piracicaba, 509p.
- Reichardt, Klaus. Estudo do processo de evaporação da água solo. Piracicaba: ESALQ, (Tese de Livre Docência). Escola Superior de Agricultura Luis de Queiroz, Universidade de São Paulo, 95p. 1968.